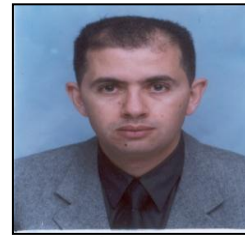


**Amine ESSADIK**

Doctorant au LAMSAD
Univ. Hassan 1, Ecole Supérieure de
Technologie, Berrechid
am.essadik@uhp.ac.ma

**Boujemâa ACHCHAB**

Directeur de thèse ,LAMSAD
Univ. Hassan 1, Ecole Supérieure de
Technologie, Berrechid
achchab@estb.ac.ma

L'ANALYSE DES SINISTRES EXTREMES EN TAKAFUL

Résumé : Le Takaful est un modèle d'assurance islamique, dans lequel les membres mettent de l'argent en commun, pour bénéficier d'une garantie mutuelle contre pertes ou dommages. Les compagnies d'assurance Takaful sont fondées sur les préceptes de la Chariaa, elles sont alors une alternative aux compagnies d'assurance classique, qui vont à l'encontre des principes du Riba (l'intérêt), de l'almaissir (le hasard) et du al-ghârar (la spéculation), tous prohibés par la Chariaa. La présence de sinistres extrêmes qui dépassent le fond Takaful pose un défi pour les compagnies Takaful, puisqu'elle peut engendrer des pertes financières très importantes. La modélisation de ces sinistres par la distribution normale a été longtemps utilisée dans la gestion du risque. Cependant, les études empiriques concluent que les données actuarielles présentent des déviations systématiques de la normalité. L'objectif de ce papier est d'étudier les sinistres extrêmes qui dépassent la limite du fond Takaful : La détermination de la loi de probabilité qui peut modéliser ces sinistres est une étape importante pour le choix du meilleur ajustement. Cette étude se base sur la théorie des valeurs extrêmes, cette dernière s'intéresse aux valeurs extrêmes pour prévoir les grands sinistres.

Mots-clés: Takaful, Retakaful, la loi normale, Théorie des valeurs extrêmes.

Summary: Takaful is an Islamic insurance model, in which the actors are pooling money in order to take advantage of a mutual guarantee against loss or damage. Takaful insurance companies are based on the precepts of Sharia, which prohibited the principles of Riba (interest) of almaissir (gambling) and al-gharar (speculation), they represent an alternative to conventional insurance companies. The presence of extreme sinistres that exceed the Takaful capital poses a challenge for Takaful companies, since they can generate very significant financial losses. The modeling of these sinistres by the normal distribution has been used for a long time in risk management. However, empirical studies conclude that actuarial data presents systematic deviations from normality. The objective of this article is to study the extreme sinistres that exceed the limit of Takaful capital: The determination of the probability distribution, that can model these losses, is an important step in choosing the best adjustment. This study is based on the extreme values theory which is interested on the extreme values in order to predict major disasters.

Keys words: Takaful, Retakaful, the normal distribution, Extreme values theory.

INTRODUCTION

L'assurance Takaful est un modèle d'assurance islamique basé sur les principes d'assistance mutuelle et de contribution volontaire. Le risque est partagé collectivement et volontairement par le groupe de participants. L'incertitude et la prise de risque excessive sont éliminées du contrat par le paiement d'un don volontaire et la définition claire du type de sinistres : en effet, les primes émises pendant un laps de temps déterminé pour garantir un ensemble d'assurés, doivent permettre d'indemniser les dommages consécutifs aux sinistres survenant pendant ce même laps de temps et affectant cette même population d'assurés. L'assureur s'efforce donc de fixer la contribution de chacun à la charge commune, proportionnellement à la gravité du risque et de sa probabilité de réalisation pour la mutualité.

Dans ce travail, on distingue deux principales parties. On présente d'abord l'assurance islamique et son principe de solidarité pour compenser le risque. Dans la deuxième partie, on s'intéresse aux mesures de risque décrivant les sinistres extrêmes qui dépassent le fond Takaful et à l'estimation de sa distribution de probabilité. On présente dans cette deuxième partie les différentes lois utilisées, en fonction de leurs queues droites. Et aussi certaines techniques, les plus connues dans la littérature, permettant une discrimination entre les distributions ayant une queue légère ou lourde. On s'intéressera particulièrement aux techniques graphiques.

1 TAKAFUL : PRINCIPE ET MODELE

Les assurances solidaires islamiques se basent sur le volontariat des participants (assurés) pour s'entraider en s'engageant à verser chacun une somme d'argent. Elles ne sont pas basées sur le bénéfice (ce n'est pas leur but), mais dégagent des sortes de « dividendes » versées aux assurés selon leur pourcentage de participation. Les assurances solidaires islamiques investissent selon des contrats compatibles avec l'Islam [Iqbal, 1997] et dans des secteurs licites. Ce modèle implique:

- La conformité des actifs à la Chariaa,
- La certification par un conseil de la Chariaa (Les différentes sources de la Chariaa: Le Coran, La Sunna, Al Ijma ou "consensus" des Oulémas et Le Qiyas, Analogie),
- La compréhension humaine de la Chariaa: Les 4 écoles les plus importantes du Fiqh sont:
 - (a) L'école Hanafite prédominante en Turquie,
 - (b) L'école Hanbalite prédominante en KSA,
 - (c) L'école Malikite prédominante en Afrique du Nord,
 - (d) L'école Chaféite prédominante en Irak, Égypte.
- La séparation des fonds des actionnaires et des assurés,
- La distribution des bénéfices techniques aux assurés.

Les participants au Takaful sont des individus qui acceptent de faire partie d'une couverture de risque mutualiste basée sur un schéma compatible avec la Chariaa. Ils décident de nommer un opérateur Takaful qui va effectuer toutes les opérations liées à la gestion de la structure. En fait, l'opérateur n'est pas un assureur comme dans l'assurance conventionnelle, mais un opérateur qui gère les opérations Takaful : encaissement des primes, calcul des risques, investissements, gestion des indemnités pour le compte d'autrui.

2 PROBLEMATIQUE

Les participants alimentent un fonds Takaful pour faire face mutuellement aux sinistres. Le concept d'aide mutuelle pose un déficit quand on a affaire à des sinistres qui dépassent le fond Takaful

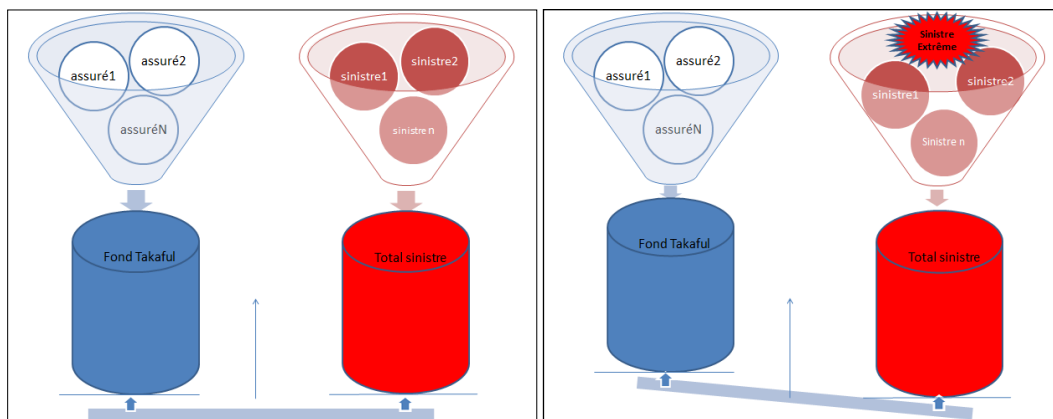


Figure 1 : Illustration de la problématique

En effet, on voit sur le 1er schéma dans le cas normal, les primes émises pendant un laps de temps déterminé pour garantir un ensemble d'assurés, permet d'indemniser les dommages consécutifs aux sinistres survenant pendant ce même laps de temps et affectant cette même population d'assurés.

Dans le 2eme schéma : le concept d'aide mutuelle pose un défi quand on a affaire à des sinistres extrêmes, qui dépassent le fond Takaful. Ces types de sinistres ont été un problème de gestion des risques en général, non seulement pour Takaful mais aussi pour les assurances classiques.

Cette étude a pour principal objectif d'analyser les grands sinistres qui causent des dégâts financiers importants : Comment peut-on modéliser ces grands sinistres ? Et dans quelle mesure la théorie des valeurs extrêmes peut capter les sinistres extrêmes ?

3 METHODES

L'objectif de cet article est d'étudier les sinistres extrêmes qui dépassent la limite du fond Takaful. Nous proposons donc une synthèse des travaux existants dans la littérature scientifique sur La modélisation de ces sinistres

Les grands sinistres sont en effet gouvernés par des théorèmes spécifiques qui permettent d'établir sous différentes hypothèses la distribution suivie par ces extrêmes. Il existe deux principales branches de la théorie des valeurs extrêmes : la théorie des valeurs extrêmes généralisée et la loi de Pareto généralisée (ou l'approche POT - "peaks-over-threshold"). L'approche POT permet l'étude de la distribution des pertes excessives au-dessus d'un seuil (élevé), tandis que la théorie des valeurs extrêmes généralisée permet de modéliser le maximum ou le minimum d'un très grand échantillon. (D'après Arnoult Benoit (2007)).

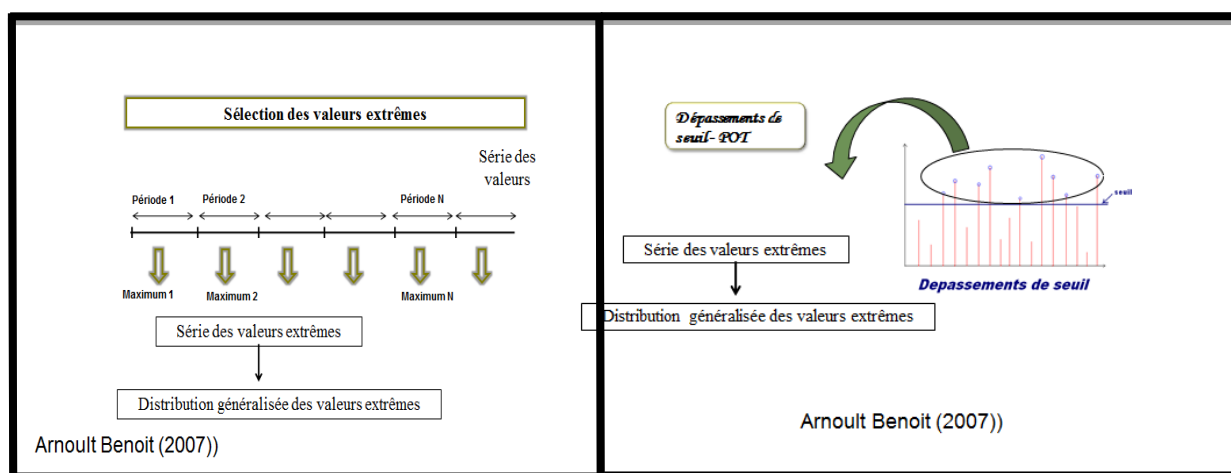


Figure 2 Les deux principales branches de la théorie des valeurs extrêmes

La modélisation de ces événements par la distribution normale a été longtemps utilisée dans la gestion du risque. Cependant, les études empiriques concluent que les données présentent des déviations systématiques de la normalité et leurs distributions ont généralement une queue plus lourde que celle du modèle Gaussien.

La différence entre la loi Normale et une loi avec une queue plus lourde a été illustrée par Hubert et Bendjoudi (1996) comme dans la Figure 3. Dans cette figure on présente les fonctions de densité de probabilité de la loi normale et d'une distribution à queue plus lourde (la loi Halphen type B-1 (HIB)). On remarque que (voir agrandissement 1-b) la fonction de densité de la probabilité de la loi normale est presque nulle au niveau des extrêmes (queue droite), alors qu'elle ne l'est pas pour la loi HIB (Une revue complète sur les propriétés de cette distribution est faite dans Perreault et al. (1999a et 1999b)).

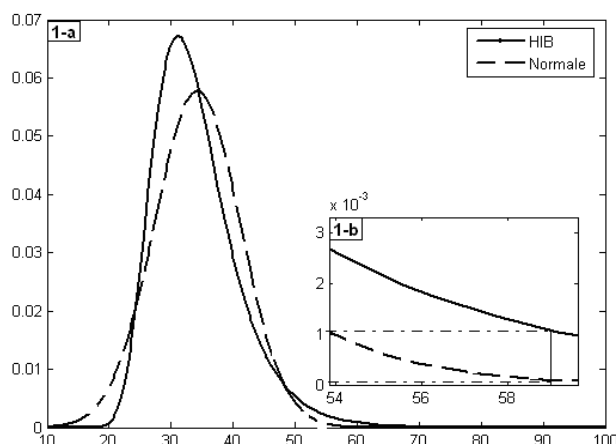


Figure 2 : Illustration de la différence entre la loi normale et une loi à queue lourde (HIB)

Ci-dessus, les différentes distributions (La classification donnée par Ouarda et al. (1994)) peuvent être ordonnées par rapport à leurs queues droites (Figure 3).

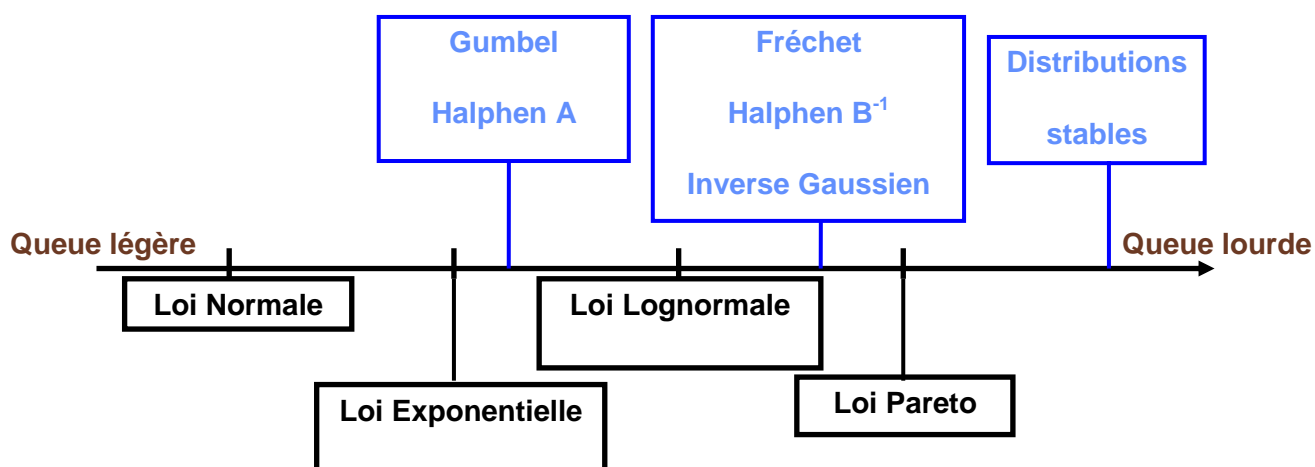


Figure 4 : Distributions ordonnées par rapport à leurs queues droites.

Toutes ces lois ont les mêmes caractéristiques statistiques (moyenne, variance, coefficient d'asymétrie). La figure 4, illustre bien la notion de queue lourde. En effet, on voit bien que les lois Pareto et Lognormale ont une queue plus lourde que celle de la loi Exponentielle, qui est plus lourde que la loi Normale. Par conséquent, les quantiles estimés à partir d'une loi de Pareto, sont plus élevés que ceux estimés à partir de la loi Normale (pour voir plus de détails l'annexe A).

4 MODELISATION DES GRANDS SINISTRES

Cette étude a pour objectif : Modéliser le coût des grands sinistres dans la branche Auto. Puisque les grands sinistres sont aux nombres limités, nous avons travaillé avec les données de sinistre sur la branche Auto depuis l'année 2000 jusqu'en 2014.

Sur la base du fichier sinistre nous n'avons retenu que les sinistres dépassant 1 000 000 Dh (Net de cession légale : seuil fixé par l'Autorité de contrôle des assurances

et de la prévoyance sociale pour la branche Auto).

Les observations retenues sont au nombre de 43.

Des tests sont ici proposés afin de vérifier la qualité des données:

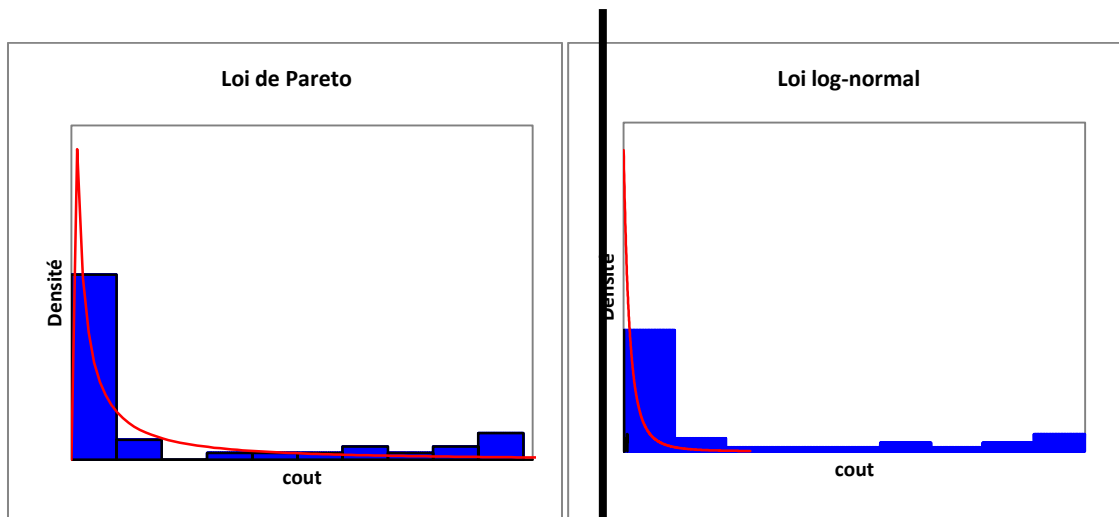
- Test de stationnarité : test d'égalité des moyennes et des variances
- Test d'indépendance : Pour tester l'indépendance des pics supérieurs au seuil

A l'aide de XLSTAT nous avons pu faire les tests d'ajustement pour les quatre lois :Pareto,log-normale et la loi Exponentiel et Normale.

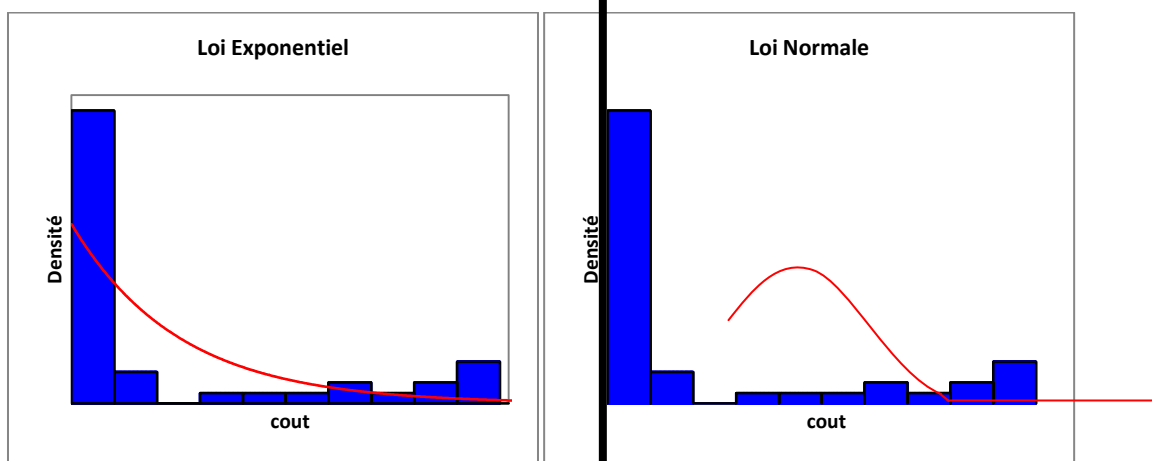
Test de Kolmogorov Smirnov, Hypothèse :

H0 : charge grands sinistres Auto suit la loi

H1 : charge grands sinistres Auto ne suit pas la loi



la charge des grands sinistre suit une loi de Pareto la charge de grands sinistre suit une loi Log-Normal



la charge des grands sinistre ne suit pas une loi Exp

la charge des grands sinistre ne suit pas une loi Normale

Figure 5 : Ajustement de la charge des grands sinistres par les lois

Pour les deux lois acceptées :

En effet à l'aide de SPSS nous avons pu tracer les Q-Q plot des charges de sinistres pour les deux lois acceptées dont les diagrammes sont représentés ci-dessous :

la Loi lognormale la Loi de Pareto

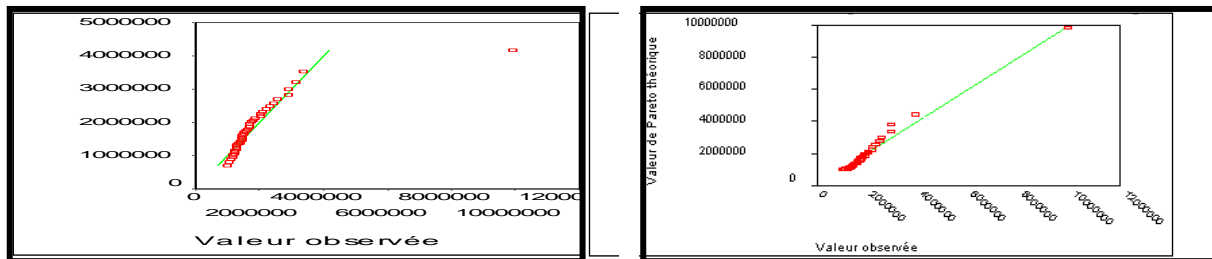


Figure 6 : Le Q-Q plot pour les deux lois acceptées

5 DISCUSSION DES RESULTATS

La modélisation de la charge des grands sinistres montre que les quantiles estimés à partir de la loi LN sont inférieurs à ceux obtenus à partir de la loi de Pareto. Ce qui est normal, vu que la deuxième a une queue plus lourde relativement à la première (La classification donnée par Ouarda et al. (1994)).

Cet exemple montre que la détermination de la loi de probabilité qui peut représenter le mieux une série de données, est une étape importante pour le choix du meilleur ajustement mais la taille des échantillons qui est souvent faible est un grand problème pour avoir une bonne estimation des événements extrêmes. Alors On recommande l'utilisation des deux étapes suivantes : (1) Déterminer les lois qui semblent représenter le mieux la série de données, (2) parmi les lois acceptées, on s'intéressera particulièrement aux techniques graphiques (Q-Q plot) permettant une discrimination entre les distributions ayant une queue légère ou lourde.

CONCLUSION

Le problème de choix de la distribution des sinistres extrêmes représente un défi dans l'analyse des risques extrêmes en Takaful. En effet, au niveau de la partie centrale des distributions, plusieurs tests statistiques permettent de mesurer la qualité de

l'ajustement. Cependant au niveau de la queue, on ne dispose pas de techniques efficaces de choix de la distribution la plus adéquate.

Un autre problème de l'analyse des risques extrêmes en Takaful c'est la taille de l'échantillon qui est souvent faible, ce qui met en question l'application des résultats asymptotiques, mais souvent une telle taille n'est pas suffisante pour faire le choix de l'ajustement le plus adéquat.

La suite de ce travail est d'essayer d'introduire un nouveau modèle via des simulations de Monté Carlos, ceci se fera à travers la génération de plusieurs scénarios pour tenir comptes à la fois des années les plus sinistrées et celles moins sinistrées, dans le but d'obtenir des bonnes estimations, qui peuvent être utilisées pour partager le risque avec la compagnie de ReTakaful.

REFERENCES

Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J., and Teugels, J. (2004) *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. Wiley.

Beirlant, J., de Wet, T., Goegebeur, Y., (2006). A goodness-of-fit statistic for Pareto-type behaviour. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 186, 99-116.

Embrechts, P., Klüppelberg, C. et Mikosch, T. (2003). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Volume 33 of *Applications of Mathematics*. Springer.

Goegebeur, Y., Beirlant, J., de Wet, T., (2006). Goodness-of-fit testing and Pareto-tail estimation, seminar given for the Department of Statistics, University of Southern Denmark, 30 May.

Albayrak Adem, Arnoult Benoit (2007) *Méthodes de Calcul de la Value at Risk*, Master ESA, Université d'Orléans : Janvier 2007. Document pdf.

BERTAIL P. (2002), Evaluation des risques d'exposition à un contaminant alimentaire : quelques outils statistiques. , CREST, working paper.

BOTTARD S. (1996), Application de la méthode du Bootstrap pour l'estimation des valeurs extrêmes dans les distributions de l'intensité des séismes, *Revue de statistique appliquée* 44 (4), 5-17.

DANIELSON J., DE VRIES C.G. (1997), Extreme returns, tail estimator and Value-at-Risk», Working paper, London School of Economics. DE HAAN L., ROTZEN H. [1993], « On the estimation of high quantiles, Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 35 n°1, 1-13.

THEROND P.E., PLANCHET F. (2007) Provisions techniques et capital de solvabilité d'une compagnie d'assurance : méthodologie d'utilisation de Value-at-Risk , Assurances et gestion des risques, Vol. 74 (4)

Halphen, E. (1955). Les fonctions factorielles. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, Vol. IV, Fascicule I, 21-39.

Jenkinson, A.F. (1955). The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. Q.J. Roy. Meteor. Soc. 87, 158-171.

Perreault, L., Bobée, B. and Rasmussen, P.F. (1999a). Halphen Distribution System. I: Mathematical and Statistical Properties. Journal of Hydrologic Engineering, 4 (3), 189-199.

Perreault, L., Bobée, B. and Rasmussen, P.F. (1999b). Halphen Distribution System. II: Parameter and quantile Estimation. Journal of Hydrologic Engineering, 4 (3), 200- 208.

Iqbal, Z. (1997). Islamic financial systems. Finance and Development, 42-45.

Akerlof, G.A., 1982. Labor contracts as partial gift exchange. Q. J. Econ. 97 (4.), 543-569.

Archer, S., Karim, R.A., Nienhaus, V., 2009. Business models in takaful and regulatory implication. In: Archer, S., Karim, R.A., Nienhaus, V. (Eds.), TakafullIslamic Insurance Concepts and Regulatory Issues. John Wiley and Sons (Asia), Singapore, pp. 9-30.

Al-Qurrahdagi, A. M. A. (2005). Islamic insurance (al-Ta'min al-Islami). Beirut: Darol-Basha'ir al-Islamiyyah.

Anwar and Hussain, (1994) Anwar, M. and Hussain, M. (1994). Comparative study of insurance and « takaful » (islamic insurance)[with comments]. The Pakistan development review, 33(4):1315-1330.

Tarik Bengarai (2010), Comprendre la Finance Islamique : Principes, Pratiques et Ethique, éditions Les 4 Sources, année 2010.

Michel Ruimy, la Finance islamique, édition sefi, 2008.

Arbouna , M.B.(2000) the operation of Re-Takkaful (islamic Reinsurance)

« Finance Islamique :Les Normes de conformité de L'AAOIFI, volume 1 », Paris Europlace, Editions ESKA, janvier 2013.

Lévy, P. (1925). Calcul des Probabilité, Gauthier-villars, Paris

Annexe A : Illustration de la différence entre les différentes distributions